

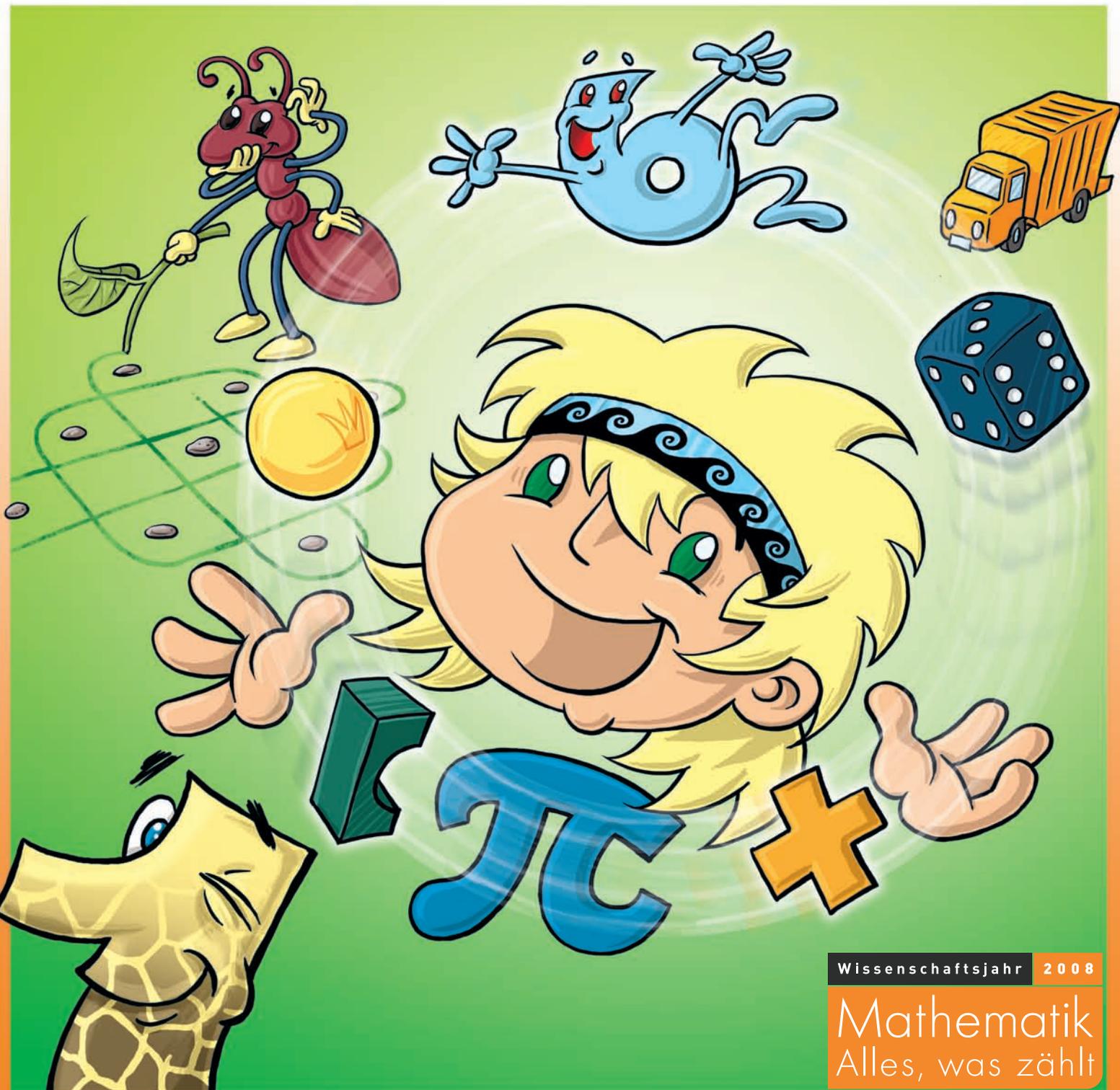
# KONTEXTIS

Arbeitshefte 2008

Brigitte Lutz-Westphal & Irmin Mentz

Mathe macht Spaß

HEUREKAS AUFGABEN FÜR DIE 2. UND 3. KLASSE



Wissenschaftsjahr 2008

Mathematik  
Alles, was zählt

## Mathematik als kreative Erfahrung

Alle Kinder treiben in ihrem alltäglichen Leben Mathematik! Sie betätigen sich als forschende Mathematikerinnen und Mathematiker, hinterfragen mathematische Phänomene, finden Gesetzmäßigkeiten, sind fasziniert von Zahlen und Mustern. Sie entwickeln spielerisch Strategien, beispielsweise um zu gewinnen oder um geschickt abzuzählen. Die große Kunst besteht darin, dass die Erwachsenen, die die Kinder in ihrem Aufwachsen begleiten, erkennen, welche Situationen und Aktionen mathematikhaltig sind und wie das darin enthaltene Potential genutzt werden kann. Denn: Mathe macht Spaß! Das erleben Kinder tagtäglich in ihrem Spiel- und Forscherdrang. Sie wissen oft nur nicht, dass das, was sie tun, Mathematik ist.

Mit diesem Heft möchten wir Anregungen für einen spielerischen, handelnden und kreativen Umgang mit Mathematik und mathematikhaltigen Situationen geben. Genau dieser Umgang ist auf das Kompetenzmodell abgestimmt – wie es die Lehrpläne oder Rahmenlehrpläne der verschiedenen Bundesländer vorgeben. So bie-

ten diese Themen und Methoden einen wichtigen und praktischen Weg, im Unterricht mathematische Kompetenzen mit unkonventionellen spannenden Themen und besonderen Methoden zu fördern. Die Inhalte verbinden sich zu Modulen, die ganz unterschiedlich im Klassenzimmer genutzt werden können. Einerseits eignen sie sich als kleine einzelne Exkurse für den Unterricht, andererseits bieten sie die Möglichkeit, in ihrer Gesamtheit für Wochenplanarbeit, Lernen an Stationen oder (fächerübergreifende) Projektwochen genutzt zu werden.

Wir bedanken uns bei den Schülerinnen und Schülern der Klasse 3a der Christburg-Grundschule in Berlin-Prenzlauer Berg, die an einem Projekttag im Juli 2008 die Themen des Heftes als Lernstationen ausprobierten und somit einen wichtigen Beitrag zur Prüfung auf deren Tauglichkeit für die schulische Praxis geleistet haben!

### Autorenteam



Prof. Dr. Brigitte Lutz-Westphal ist Mathematikdidaktikerin an der Hochschule Vechta und Musikerin.

brigitte.lutz-westphal@uni-vechta.de



Irmin Mentz ist Mathematik- und Musiklehrer an der Christburg-Grundschule Prenzlauer Berg, einer Grundschule der Freien evangelischen Schulen Berlin.

nimri@imail.de



### Hallo Kinder,

Mathe macht Spaß! - so heißt dieses Heft, das ihr in den Händen haltet. Wir haben einige Spiele, Aufgaben und Aktivitäten für euch zusammengestellt, die hoffentlich wirklich Spaß machen und die euch ganz verschiedene Seiten der Mathematik zeigen sollen.

Am Anfang sammeln wir Zahlen. Es sind aber nicht alle Zahlen für alle Menschen gleich. Das wollen wir mit euch in dem Kapitel „Lieblingszahlen“ erkunden.

Dass Giraffen mit Mathematik zu tun haben, hättet ihr wohl bestimmt nicht gedacht, aber lasst euch überraschen. Auch Ameisen kommen vor in diesem Heft und schließlich noch die Müllabfuhr. Ihr braucht Würfel, Bälle, Stühle, Gummitwistbänder, werdet stempeln, malen, Stille Post spielen, Geschichten erfinden – das alles ist Mathematik.

Viel Spaß damit!



Zum Warmwerden:

# Zahlen und Formen sammeln



Lege ein Sammelheft für Zahlen und Formen an!

Welche Zahlen findest du im Klassenzimmer? Schreibe oder zeichne in dein Heft, welche Zahlen du gefunden hast und wo du sie gefunden hast.



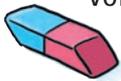
Schreibe auf, wie viele Gegenstände derselben Sorte es im Klassenzimmer gibt, zum Beispiel: Wie viele Farbstifte? Wie viele Tische? Wie viele Stecknadeln?

Mache dich auch auf die Suche nach Formen: Kreise, Quadrate, Dreiecke oder auch ganz andere Formen, die vielleicht gar keinen Namen haben. Zeichne sie auf und schreibe dazu, wo du sie gesehen hast! Wenn du Namen für deine Formen kennst oder neue Namen erfunden hast, schreibe sie dazu.

Gibt es Dinge, die nur ein einziges Mal vorhanden sind?

Versucht, so viele Zahlen wie möglich über eure Klasse herauszufinden! Präsentiert diese Ergebnisse beispielsweise in einer Wandzeitung.

Von welchen Gegenständen gibt es besonders viele?



## Baut euch einen Fragenparcours

Überlegt euch Fragen, auf die man nur mit „ja“ oder „nein“ antworten kann. (Beispiel: Magst du gerne Erdbeereis?). Schreibt jede dieser Fragen auf ein Blatt Papier und legt diese Fragenblätter im Klassenzimmer aus. Jedes Kind sieht sich alle Fragen an. Neben oder hinter jedes Fragenblatt, bei dem es mit „ja“ antworten kann, legt es einen Bauklötz.

Schreibt die Fragen in euer Sammelheft und überlegt gemeinsam, wie man die Bauklötze, die zu den Fragen gehören, so hinlegen und dann aufzeichnen kann, dass man gut vergleichen kann, wie viele Ja-Antworten es bei den einzelnen Fragen gab.

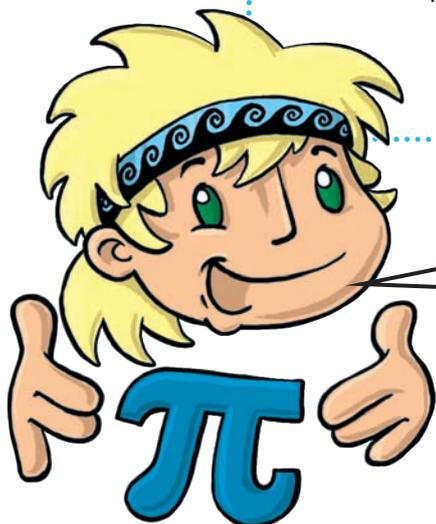


Von Lieblingszahlen und freundlichen Rechnungen

# Lieblingszahlen

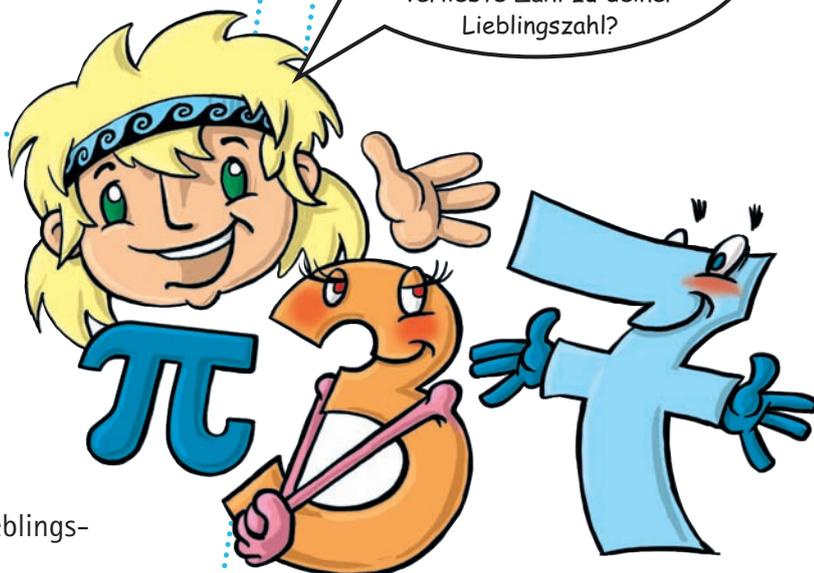
Hast du eine Lieblingszahl? Warum magst du sie besonders gerne?

Schreibe deine Lieblingszahl auf. Hat deine Lieblingszahl Freunde? Erkläre deiner Nachbarin oder deinem Nachbarn, woran man erkennt, dass Zahlen Freunde sind!



Ich trage meine Lieblingszahl immer mit mir herum. Schau mich nur genau an! Hast du sie schon einmal irgendwo anders gesehen? Weißt du, wie sie heißt? Finde so viel wie möglich über meine Lieblingszahl heraus!

Ich kenne verliebte Zahlen! 3 und 7 sind verliebt, 1 und 9 sind verliebt. Findest du eine verliebte Zahl zu deiner Lieblingszahl?



Schreibe einen Abenteuerbericht von deiner Lieblingszahl und ihren Freunden!

Male ein Bild, auf dem deine Lieblingszahl und ihre Freunde zu sehen sind.

Hängt eure Bilder im Klassenzimmer auf und erklärt euch gegenseitig, warum ihr eure Lieblingszahlen besonders mögt.

Es gibt auch Zahlen, die ich gar nicht mag, die nenne ich Froschzahlen.



Kennst du das Märchen vom Froschkönig? Da lebte doch ein Frosch, den keiner mochte in einem dunklen Brunnen. Als die Prinzessin ihn erlöste, wurde er ein schöner Prinz. Denke dir ein Märchen über deine eigene Froschzahl aus!

Wie wird aus deiner Froschzahl eine Prinzenzahl?

## Zahlenwandern



Alle Lieblingszahlen, Freunde und Prinzenzahlen werden auf Karteikarten geschrieben – gerne auch zusammen mit den Namen der Kinder; je eine Zahl auf eine Karte. Die Karten werden in unterschiedliche Töpfe gelegt (einstellige, zweistellige, dreistellige,... Zahlen).

Bildet (zwei bis vier) gleich große Gruppen. Jede Gruppe setzt sich hintereinander in eine Reihe hin (Stühle mit Lehne nach vorne).

Ein Kind würfelt: Bei 1 oder 2 nimmt jeweils das letzte Kind der Reihe aus dem Topf einstellig, bei 3 oder 4 aus dem Topf zweistellig, bei 5 oder 6 aus dem Topf

dreistellig eine Karte und „schreibt“ die Zahl dem Kind vor ihm auf den Rücken. So wird von Kind zu Kind vorgegangen. Zum Schluß schreibt der erste der Reihe die Zahl auf ein Papier und klingelt mit einer Glocke (Lehrertischglocke).

Wenn die Zahl richtig ist, bekommt die schnellste Gruppe zwei Punkte, die anderen Gruppen bekommen einen Punkt, wenn ihre Zahl richtig ist. Das letzte Kind setzt sich nach vorne, alle anderen rutschen einen Stuhl zurück. (Variante: Zahlen ziffernweise übermitteln).

## Freundliche Rechnungen



Schreibe deine Zahlen auf einen Blankowürfel: Lieblingszahl, Freunde und Prinzenzahlen. Hast du noch leere Seiten? Dann denk dir Freunde zu deinen Prinzenzahlen aus und schreibe sie darauf. Fertig ist dein Lieblingszahlwürfel!

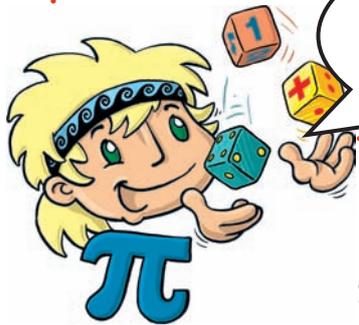
Bildet Zweiergruppen. Stellt einen Rechenzeichenwürfel her mit Plus-, Minus- und anderen Rechenzeichen, die ihr kennt. Würfelt mit euren Lieblingszahlwürfeln und dem Rechenzeichenwürfel möglichst

viele Aufgaben. Schreibt alle Aufgaben auf eine Aufgabenseite. Erstellt ein Lösungsblatt für die Aufgaben, damit ihr feststellen könnt, ob die anderen die Aufgaben richtig lösen. Welche von euren erwürfelten Aufgaben mögt ihr besonders gerne? Markiert diese „freundlichen Rechnungen“ mit einem Sternchen oder Smiley. Tauscht nun die Aufgaben mit einem zweiten Paar aus und rechnet dessen Aufgaben.

Wer kann die meisten Aufgaben richtig lösen?

Überprüft die Ergebnisse des anderen Paares, wenn alle Aufgaben gelöst wurden.

Wenn ein Kind das Ergebnis hat und zwei andere haben Zahlen, mit denen man auf das Ergebnis kommen kann, so habt ihr drei zusammen eine Gleichung aus euren Lieblingszahlen aufgestellt!



Gibt es Zahlen auf euren Lieblingszahlwürfeln, die man als Summe von anderen Lieblingszahlwürfeln ausdrücken kann?

Oder als Differenz? Vielleicht sogar als Produkt? Geht durch die Klasse und findet mindestens zwei andere Kinder, mit denen ihr eine Aufgabe mit Lösung (das ist dann eine Gleichung) legen könnt. Schreibt auf, mit welchen Kindern ihr Gleichungen schafft.



dazu auf. Das sind Rechnungen, bei denen eine oder mehrere Zahlen ein bisschen verändert wurden. Rechnet die Ergebnisse aus. Sind diese Nachbarrechnungen auch freundliche Rechnungen, wenn ihr ein bisschen Übung habt?

Sucht aus den Aufgabenblättern „unfreundliche Rechnungen“ aus. Schafft ihr es, diese unfreundlichen Rechnungen zu freundlichen Rechnungen zu machen, indem ihr Nachbarrechnungen verwendet?

Die Bildergalerie soll nun noch größer werden: Male ein Bild, auf dem eine oder mehrere freundliche Rechnungen dargestellt sind.



Nehmt euch noch einmal die freundlichen Rechnungen vor. Schreibt euch Nachbarrechnungen

## Giraffen-Muster

Versuche ein Giraffenmuster zu zeichnen! Welche Formen hast du verwendet? Runde oder eckige? Dreiecke? Vierecke? oder ganz andere Formen? Welche Formen haben die anderen Kinder verwendet?

Hängt eure Giraffenbilder im Klassenzimmer auf (an die Wand oder mit Magneten an die Tafel)! Schaut euch die Giraffenmuster der anderen Kinder an. Überlegt gemeinsam, welches Muster einer echten Giraffe am ähnlichsten ist.

Schneidet Formen für ein Giraffenmuster aus Papier aus. Legt zunächst auf eurer Blankogiraffe und später noch mal auf dem Overhead-Projektor das Giraffenmuster. Fotografiert euer Overhead-Projektor-Bild.

Welche Form haben die Flecken? Wie dicht sind die Flecken beieinander?



Woran liegt es, ob ein Muster ein Giraffenmuster ist? Versucht gemeinsam, dies möglichst genau zu beschreiben.

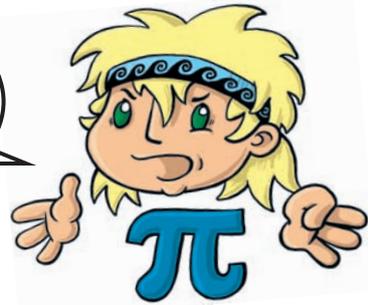


## Giraffen-Stempel

Bastelt euch Stempel aus fester (Well-)Pappe (mit Korken als „Griff“), mit denen ihr Giraffenmuster stempeln könnt: Dreiecke, Vierecke, Fünfecke, Sterne, runde Formen, Kreise oder was euch sonst noch so einfällt. Stempelt damit Giraffenmuster. Experimentiert mit den Stempeln! Tauscht eure Stempel untereinander aus!

Was sieht besser aus: Giraffenmuster, die mit nur einem oder zwei unterschiedlichen Stempeln gedruckt wurden oder welche, die mit vielen verschiedenen Stempeln gemacht wurden?

Welches  
Muster bilden die  
Zwischenräume?



## Fantasie-Giraffen

Setzt euch zu zweit zusammen und schreibt eine Anleitung, wie man ein gutes Giraffenmuster malen oder drucken kann. Gebt diese Anleitungen an eine andere Klasse weiter und lasst sie von diesen Kindern testen!

Seht euch Bilder von Giraffen an (in Büchern oder im Internet).

Es gibt verschiedene Arten von Giraffen. Versucht, deren Muster zu legen, zu zeichnen oder zu stempeln.

Findet ihr passende Namen für eure selbst erfundenen Fantasiemuster-Giraffen?

Zeichnet oder druckt ein Giraffenmuster, das einem echten Giraffenmuster so gut wie möglich ähnelt. Vielleicht könnt ihr euch sogar ein Giraffen-T-Shirt machen: Du brauchst ein gelbes T-Shirt, braune Stoffmalfarbe, einen Pinsel - und schon kann es losgehen!

Kennst  
du noch andere Tiere  
mit einem besonderen Muster?  
Kannst du diese Muster auch  
zeichnen oder drucken?

## Zoobesuch

Geht in den Zoo und fotografiert dort Tiere mit schönen Mustern (oder ihr seht sie euch in Büchern bzw. im Internet an). Malt diese Tiere, um im Klassenzimmer eine ganze Zoogalerie zu bekommen. Vergleicht die Muster: Aus welchen Formen bestehen sie? Welche sind ähnlich und welche sind ganz unterschiedlich?

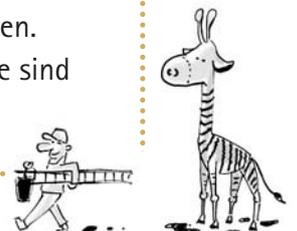




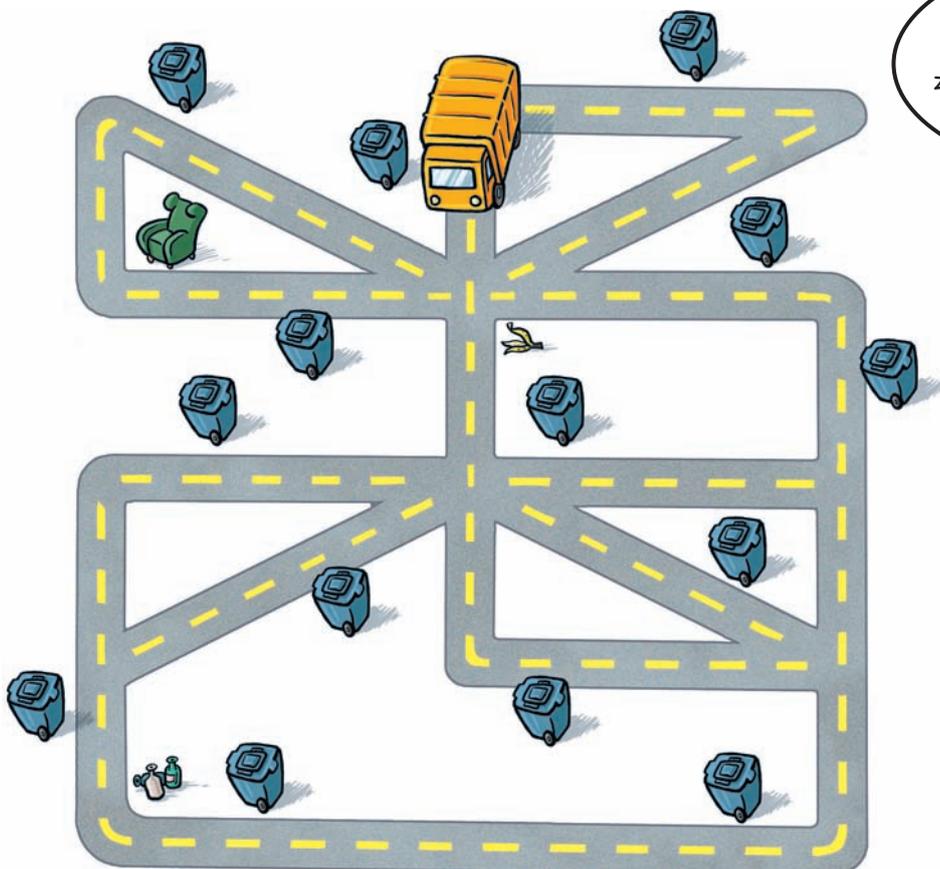
Foto: BSR

## Wie fährt die Müllabfuhr?

Hast du dir schon einmal überlegt, wie die Müllabfuhr fahren muss, damit ihr Weg nicht unnötig lang wird?

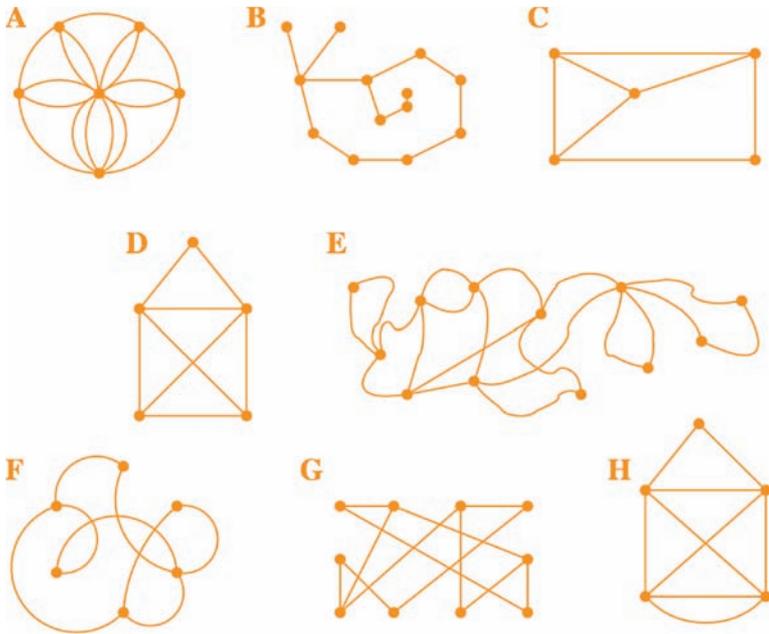
Plane selber einen Müllautoweg! Das Müllauto soll auf diesem Straßenplan fahren.

Es soll dabei möglichst wenige Strecken doppelt abfahren, muss aber alle Straßen mindestens einmal befahren. Wo muss man losfahren, damit keine Strecke doppelt abgefahren werden muss?



Das Müllauto muss aber normalerweise zu seinem Startpunkt zurück! Geht das hier auch ohne irgendwo doppelt zu fahren?





Stelle dir vor, dass dein Stift das Müllauto ist. Kann dein Müllauto-Stift diese Figuren abfahren, ohne eine Strecke doppelt fahren zu müssen? Bei welchen Figuren kommt man am Ende mit dem Stift wieder an seinem Anfangspunkt an?

Woran liegt es, wenn man eine Figur nicht in einem Zug ohne Absetzen und ohne doppelte Linien zeichnen kann? Schau dir dazu die Stellen ganz genau an, an denen du mit dem Stift „stecken bleibst“. Wie viele „Straßen“ kommen an diesen Stellen zusammen?

Sieh dir den Plan deines Wohnortes an.  
Gibt es dort viele Straßen?  
Was für Arten von Kreuzungen habt ihr?

Findet man dort solche, an denen das Müllauto eine Straße doppelt fahren muss?  
Hast du das schon einmal beobachtet?

Überlegt euch einen schweren Müllabfuhrweg, zeichnet ihn zuerst auf einem Blatt Papier und zeichnet ihn dann so groß auf den Pausenhof, dass man die Straßen mit einem Fußball dribbeln kann (oder mit einem Spielzeugmüllauto abfahren). An jeder Straße steht ein Kind. Ein Kind setzt sich mit dem Ball in Bewegung

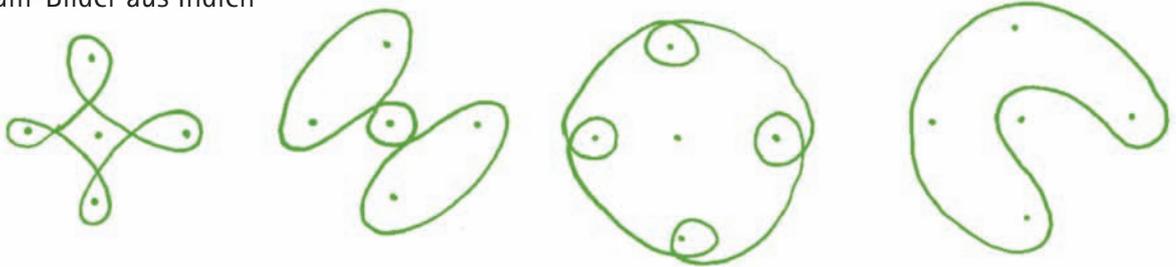
und lenkt den Ball die Straßen entlang. Dort, wo der Ball vorbeigedribbelt wurde, setzen sich die Kinder hin. Erst, wenn alle sitzen, ist der Müllabfuhrweg fertig abgefahren.





## Muster für die Ameisen

Kolam-Bilder aus Indien



Im südlichen Indien zeichnen die Frauen frühmorgens mit Reismehl Bilder auf den frisch gereinigten Boden vor der Haustüre. Diese Kolam-Bilder sollen den Gott des Wohlstandes einladen, ins Haus zu kommen. Sie sollen aber auch daran erinnern,

dass die Menschen nicht alleine auf der Erde sind, sondern es noch Millionen Lebewesen gibt, zum Beispiel so kleine Tiere wie Ameisen. Das Reismehl, mit dem die Bilder gezeichnet werden, soll Futter für die Ameisen und andere kleine Tiere sein.

## Zeichenspiel

Wähle dir eine der Aufgaben a bis e, lies sie, ziehe dir eine Karteikarte mit einer von dir abgezeichneten Form, lerne und übe sie und suche dir ein Partnerkind, dem du später die Aufgabe stellst.

### AUFGABE A

Stelle fünf Stühle in das vorgegebene 1-3-1 Muster. Verbinde deinem Partnerkind die Augen und führe es die vorgegebene Form um die Stühle. Führe es die Figur so oft, bis es sie sicher kennt. Nun soll es die Figur mit offenen Augen laufen. Anschließend soll es sie zeichnen.

### VARIANTEN

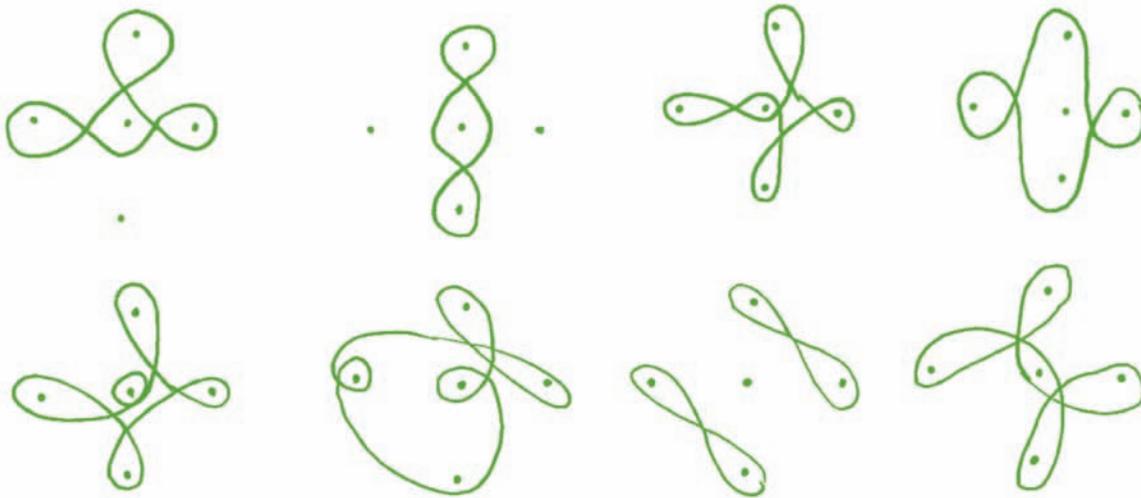
1) Führe dein Partnerkind, indem du alle anderen Kinder im Kreis um die Form stellst und immer derjenige ein Geräusch machen soll, in dessen Richtung dein Partnerkind gehen soll. Dafür sollten alle die Form gezeigt bekommen oder du musst angeben, wer ein Geräusch machen soll.

2) Führe dein Partnerkind, indem du vor ihm ein Geräusch machst, dem es folgen soll.

3) Führe dein Partnerkind sehr langsam, indem du vor dieses einen Duft hältst (z. B. Parfüm auf Taschentuch gesprüht), dem es folgen soll.

### AUFGABE B

Stelle fünf Kinder in das vorgegebene 1-3-1 Muster. Gib deinem Partnerkind ein Gummitwist oder ein langes geschlossenes Seil. Erkläre dem Kind nun nur mit Worten, welche Schlaufen es um die Beteiligten legen muss, um die Form zu erhalten. Anschließend gehen die Kinder aus dem Seil heraus und alle sollen die Form zeichnen.



Oft werden erst einmal Punkte auf den Boden gezeichnet und dann eine Linie, die sich um die Punkte herumschlingelt. Auf dieser Doppelseite siehst du einige kleine Beispiele mit 1-3-1 Punkten.

Zeichne jedes Muster auf je  eine Karteikarte. Beginne immer zuerst mit dem 1-3-1 Muster.

- 1
- 1    • 2    • 3
- 1

## AUFGABE C

Nimm ein DIN-A3-Tonpapier. Streue etwas Sand auf dieses. Markiere das 1-3-1 Muster mit farbigen Steinen. Nimm zwei Tafelmagnete. Gib einen deinem Partnerkind, lege den anderen auf das Tonpapier. Mindestens zwei weitere Kinder müssen das Tonpapier gut halten, so dass ihr von unten an das Papier kommt. Führe die Hand des Partnerkindes, die seinen Magneten hält, so unter dem Papier, dass der Magnet auf dem Papier die Form des Musters (mit-)fährt. Ist dein Partnerkind sicher, so lasse es die Form zeichnen.

## AUFGABE D

Zeichne das 1-3-1 Muster auf eine DIN-A5-Karteikarte. Markiere das gezeichnete Muster mit einem Klebestift, streue Sand darauf, dass er deutlich spürbar auf der Form kleben bleibt. Pinne die Karte mit 5 Reißzwecken an Stelle des 1-3-1 Musters an die Pinnwand. Führe dein Partnerkind mit verbundenen Augen vor diese Wand und lasse es mit beiden Händen die Form ertasten. Anschließend nimm die Karte ab. Dein Partnerkind soll nun die Form zeichnen.

## AUFGABE E

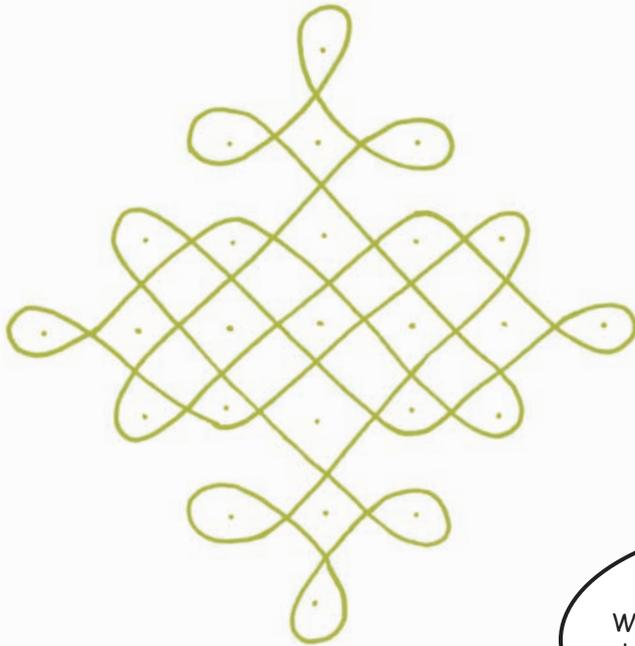
Zeichne die Form deinem Partnerkind auf den Rücken, denke auch an die 1-3-1 Punkte. Es soll sie simultan auf ein Blatt mitzeichnen.

## VARIANTE

Zeichne dem Partnerkind die Form in die Hand. Es soll sie anschließend nachzeichnen. Führe den Fuß deines Partnerkindes die Form entlang.

## Brahmas Knoten

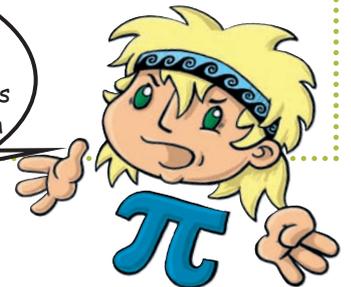
Hier siehst du eine berühmte Kolam-Figur. Sie heißt Brahmas Knoten. Sie ist auf 1-3-5-7-5-3-1 Punkten gezeichnet. Schaffst du es, sie auf Papier zu zeichnen oder sie abzulaufen, wenn du dir die Punkte auf dem Boden markierst?



Wie könnte Brahmas Knoten mit 1-3-5-3-1 Punkten aussehen? Und wie wohl mit 1-3-5-7-9-7-5-3-1 Punkten? Bildet 4er-Gruppen: Probiert es mit Stühlen und Seilen, an der Tafel oder auf dem Schulhof mit Kreide aus. Oder überlegt gemeinsam mit Stift und Papier!

Brahmas Knoten soll bunt werden: Benachbarte Felder sollen unterschiedliche Farben haben. Wie viele Farben brauchst du?

Wir machen einen Wettbewerb: Wer braucht die wenigsten unterschiedlichen Farben? Ich schaffe es mit nur 3 Farben, brauchst du noch weniger?



## Fischmuster

Hier ist die Anleitung für ein anderes Kolam-Muster. Zeichne es nach! Erfinde eigene Muster, die aus solchen „Fischen“ zusammengesetzt werden.

Denke dir eigene Kolam-Muster aus! Zeichne dabei immer erst Punkte auf und ziehe dann mit wenigen Linien oder sogar mit einer einzigen Linie ein Muster um diese Punkte. Versuche, schöne regelmäßige Muster zu erfinden.

## Anmerkungen, methodische Hinweise und Lösungen

Liebe Lehrerin, lieber Lehrer,

hier möchten wir unsere Aufgaben kommentieren und noch einige methodische Ideen anfügen. Wir hoffen, dass unsere Anregungen zu einem entdeckenden, kreativen Mathematikunterricht beitragen können, der zeigt: Mathematik macht Spaß! und der – gemäß einem Motto des Mathematikjahres – ermutigt: Du kannst mehr Mathe, als du denkst!

### Zahlen und Formen sammeln

Hier geht es um eine geschärfte Wahrnehmung und darum, Zahlen und Formen lebendig werden zu lassen. Ganz nebenbei werden erste Erfahrungen mit Statistik gemacht. Wichtig für den Schritt zur Visualisierung und Formalisierung von erhobenen Daten ist die Präsentation der gefundenen Ergebnisse: Als Wandplakate, als Marktplatz (Ergebnisse werden auf den Plätzen ausgestellt) oder als Vortrag. Sinnvoll wäre auch ein Austausch nach dem "Ich-Du-Wir-Modell": Fünf Minuten arbeiten die Schülerinnen und Schüler alleine; zehn Minuten gehen sie durch die Klasse und tauschen Ergebnisse flüsternd aus. Jeder gibt bei jeder Begegnung nur eine Zahl oder eine Form weiter. Abschließend werden die Ergebnisse im Plenum zusammengetragen und z. B. auf Wandplakaten festgehalten.

Aus der Umfrage, deren Ergebnis in Form von Bauklotzmengen dargestellt wird, lässt sich recht einfach zur Darstellung in Blockdiagrammen übergehen. Voraussetzung dafür ist natürlich, dass die Schülerinnen und Schüler darauf kommen, dass die ganze Sache ja viel übersichtlicher wird, wenn sie die Bauklötze zu Türmen stapeln (vgl.: Michaela Naumann: „Meine Klasse in Zahlen“, S. 16-19 in: Grundschulunterricht 2-2008, Mathematik: Daten – Zufall und Wahrscheinlichkeit – Kombinatorik). Die Zeitschrift Grundschulunterricht Mathematik erscheint im Oldenbourg Schulbuchverlag; [www.oldenbourg.de/osv/zeitschriften/zeitschriften.php?Z=1865-4983](http://www.oldenbourg.de/osv/zeitschriften/zeitschriften.php?Z=1865-4983).

Weiterführende Ideen: Bauklötze weiterverwenden für Statistiken aus dem Mathebuch oder für Fußballtabellen, oder eigene Familienstatistiken. Dabei ist es wichtig, auf die Anonymisierung wegen des Datenschutzes aufmerksam zu machen.

### Lieblingszahlen und freundliche Rechnungen

Darüber, was Freunde von Zahlen sein sollen, müssen sich die Schülerinnen und Schüler verständigen. Sie können ggf. auch „verliebte“ Zahlen nehmen (dafür ist der Tipp von Heureka da). Dann müssen sie sich überlegen, nach welcher Regel verliebte Zahlen zu mehrstelligen Zahlen gebildet werden sollen. Die Klasse 3a aus der Christburg-Grundschule hat sich so entschieden: Verliebte Zahlen sind zwei einstellige Zahlen deren Summe 10 ist. Bei mehrstelligen Zahlen gibt es Einerverliebte, Zehnerverliebte, Hunderterverliebte,... Einerverliebte von 43 ist 7, Zehnerverliebte von 43 ist 6. Es gibt aber auch viele andere Möglichkeiten.

Nützlich können auch "fastverliebte" Zahlen sein. Fastverliebte von 6 ist 3, es wird also zur 9 aufsummiert. Fastverliebte braucht man beispielsweise bei Ergänzungsaufgaben zu 1000: Beispiel: Ergänze 234 zu 1000! Hier benötigt man die fastverliebte Hunderterzahl 7, die fastverliebte Zehnerzahl 6 und die Einerverliebte 6. Lösung: 766.

Durch den Ausgangspunkt der Lieblingszahlen sollen die Schülerinnen und Schüler einen persönlich geprägten Zugang zu den Zahlen bekommen (vgl. Urs Ruf, Peter Gallin: Ich mache das so! Wie machst du es? Das machen wir ab. Sprache und Mathematik 1. – 3. Schuljahr, Lehrmittelverlag des Kantons Zürich 1995). Sie dürfen Zu- und Abneigungen zu einzelnen Zahlen formulieren und arbeiten mit diesen Zahlen dann weiter. Rechnungen mit den Lieblingszahlen, deren Freunden und auch den Froschzahlen durchzuführen ist dann der nächste Schritt einer individuellen Annäherung an Zahlen und Rechnungen.

„Freundliche Rechnungen“ helfen dann, sich auch ungewohnten oder kompliziert erscheinenden Rechnungen anzunähern. Oft liegen die „unfreundlichen Rechnungen“ gar nicht weit von „freundlichen Rechnungen“ entfernt. Zudem wird die Kommunikations- und Argumentationskompetenz durch diesen Zugang gefördert, weil es erforderlich ist, zu begründen, warum eine Rechnung freundlich oder unfreundlich ist. Jedes Kind hat seine persönlichen Präferenzen und somit muss es auch seine eigenen Argumente finden.

## Giraffenmuster

Ein schöner Einstieg zu diesem Thema ist, den Giraffenriss mit dem Overhead-Projektor zu zeigen und eine Handvoll Locher-Konfetti oder Streusternchen darauf zu streuen. Sieht so eine Giraffe aus? Nein? Wie sieht denn ein Giraffenmuster aus? Die Overhead-Projektor-Folie kann auch später noch (in Phasen von Einzel- oder Gruppenarbeit) zum Experimentieren zur Verfügung stehen. Der Vorteil dabei ist, dass die Giraffe an die Wand sehr viel größer projiziert werden kann, als sie auf dem DIN-A4-Blatt ist und damit die Wirkung der Muster noch deutlicher hervortritt.

Die Form der Giraffenflecken kann schwierig zu benennen sein, denn sie können unregelmäßig, gerad- oder krummlinig begrenzt, mit einspringenden Ecken oder ausgefranst sein. Die Übung im ersten Kapitel (Formen sammeln und benennen) arbeitet auf diese Situation bereits hin. Sie kann auch einzeln im Rahmen der Giraffenmuster zum Einsatz kommen, beispielsweise als Aufgabe in einer offenen Lernumgebung. Die Giraffenmuster eignen sich ganz besonders gut für das Arbeiten mit offenen Methoden (Stationenlernen, Projekt, Lerntagebuch u. a.), da hier das Erkunden und Erfinden im Vordergrund steht.

Ein wirklichkeitsgetreues Giraffenmuster zu erfinden, erfordert ein genaues Hinsehen und einen Verbesserungsprozess über mehrere Etappen, bis das Ergebnis den eigenen Vorstellungen nahekommt.

## Wie fährt die Müllabfuhr?

Gute Müllabfuhrpläne, auf denen keine Strecke doppelt abgefahren werden muss, enthalten keine Sackgassen oder Kreuzungen, in denen eine ungerade Anzahl von Straßen zusammentrifft. Auf dieses Resultat können die Kinder durch Ausprobieren und Erfinden von eigenen Straßenplänen selber kommen. Das Ausprobieren am großen – auf den Boden gezeichneten oder geklebten – Plan motiviert und erfordert kooperative Strategien. Dadurch wird die Problematik direkt erfahrbar. Es erfordert einiges Abstraktionsvermögen, die handelnd gefundenen Wege dann auf das Papier zurück zu übertragen.

## Muster für die Ameisen

Der ethnologische Hintergrund regt zum Hinterfragen und Nachforschen an. Interessant ist dabei auch der Aspekt, dass es sich hier um ein Frauenthema handelt, das aber Jungs und Mädchen gleichermaßen ansprechen kann. Die Kunst des Kolamzeichnens wird traditionell von Mutter zu Tochter weitergegeben. Die Muster sind voller Symmetrien und Harmonie, ähnlich den Mandalas. Sie bieten die seltene Möglichkeit, über mathemathikhaltige Objekte zu sprechen, die auf rein von Frauen durchgeführten Tätigkeiten beruhen. Ein fächerverbindender Unterricht in Zusammenarbeit mit Kunst, Religion/Ethik und Sachkunde bildet hier eine gewinnbringende Erweiterung.

Siehe auch <http://www.tamilnation.org/culture/kolam.htm>

Dadurch, dass jede Giraffe anders aussieht, werden individuelle Lösungen und Lösungswege ermöglicht und ein kreatives „Forschungsfeld“ eröffnet. In Worte zu fassen, was die Unterschiede zwischen den erzielten Ergebnissen ausmacht, schult das Umgehen mit mathematischen Begriffen und analytische Fähigkeiten.

Eine Weiterführung des Giraffenthemas könnten Parkettierungen sein, für die in diesem Heft leider kein Platz blieb. Giraffenmuster sind unregelmäßige Parkettierungen der Ebene (zumindest bei Netzgiraffen). Von dort aus kann man beginnen sich zu überlegen, wie schöne Badezimmerkacheln aussehen könnten. Da man viele von ihnen braucht, sollten sie alle dieselbe Form haben. Welche Formen eignen sich? Wie kann man z. B. aus einem Quadrat eine interessantere Form machen? Das geht einfach: Man schneidet von einer Seite etwas heraus und legt es an die gegenüberliegende Seite an. Dies kann man mehrfach machen und so sogar fraktal wirkende Kacheln erzeugen. Diese Kacheln werden auf dem Kopierer vervielfältigt, ausgeschnitten, ggf. angemalt und dann aufgeklebt. Anregungen zu interessanten und ästhetisch wertvollen Parkettierungen finden sich auch bei M. C. Escher.  
<http://www.fraktalwelt.de/escher/elinks.htm>

Lösungen: Straßenplan: Anfang bzw. Ende: eine der beiden Dreierkreuzungen. Rundweg geht nur mit doppelter Fahrtstrecke zwischen den beiden Dreierkreuzungen. S. 9: Bei A, E und H kommt man am Startpunkt wieder heraus, bei D und F sind Anfangs- und Endpunkt verschieden. Die restlichen Figuren können nicht in einem Zug ohne doppelte Linien gezeichnet werden.

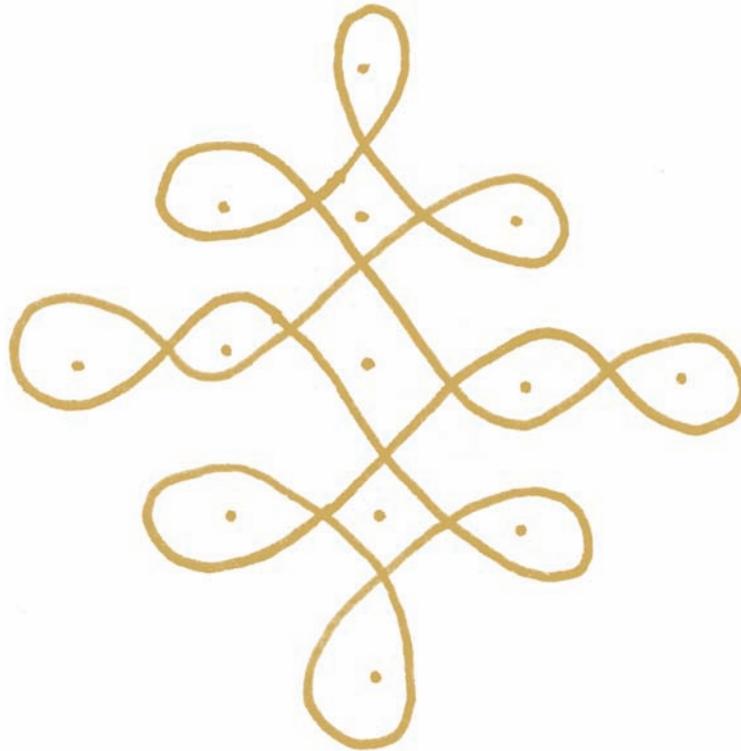
Zum Weiterlesen: Stephan Hußmann und Brigitte Lutz-Westphal: Kombinatorische Optimierung erleben, Vieweg 2007, Kapitel 3. (s. auch S. 16)

Unser Ziel hier ist, diese ästhetisch sehr ansprechenden Ornamente mit allen Sinnen erfahrbar zu machen. Die Verbindung von Bewegung im Raum mit kooperativen Aufgaben fördert kommunikative Kompetenzen und schafft Grunderfahrungen in Raum und Form. Die unterschiedlichen Aufgaben können natürlich auch für schwierigere und selbstausgedachte Muster verwendet werden. Charakteristisch für Kolams ist, dass sie aus einer geschlossenen Linie gebildet werden können (was auch die Erzeugung aus einem Gummistiftband möglich macht).

Empfehlenswerte Literatur: Spektrum der Wissenschaft Spezial 2/2006: Ethnomathematik – Rechnen mit Knochen und Knoten; Bestellung unter [www.spektrumverlag.de/artikel/856963](http://www.spektrumverlag.de/artikel/856963)

Die Aufgabe, Brahmas Knoten auf 1-3-5-3-1 Punkten zu finden, ist recht anspruchsvoll. Durch die abgebildete Figur auf 1-3-5-7-5-3-1 Punkten ist die Vorgabe ganz konkret und es ist eine Herausforderung (und Problemlöseaufgabe), sie auf die kleinere Figur zu übertragen. Eine Begründung für die gefundene Figur zu fin-

den, fördert die argumentativen Fähigkeiten und das Kommunikationsvermögen. Hier eine Lösung (wobei es durchaus sein kann, dass die Schülerinnen und Schüler andere, aber genauso logisch abgeleitete Lösungen finden):



Eine andere Technik zum Entwerfen und Nachzeichnen von Kolams ist, sie aus kleinen Stückchen zusammensetzen und erst später den Weg durch die geschlossene Linie zu suchen. Bei dem Knoten auf 1-3-5-7-5-3-1 Punkten kann man beispielsweise erst einmal die obere und untere „Blume“ auf 1-3 Punkten zeichnen und sich dann den mittleren Bereich in kleinere geschlossene Kurven unterteilen. Videos (z. B. auf YouTube) zeigen, dass manche Kolams tatsächlich auch auf diese Weise stückchenweise auf den Boden gezeichnet werden. So können die Grundelemente der Kolamfiguren gefunden werden, die dann wieder als „Baukasten“ dienen können, um eigene neue Muster zu erfinden.

Auch hier geht es wieder um Problemlösestrategien: Wie schaffe ich es, mit einer sehr komplexen Aufgabe umzugehen? Hier wird die Strategie, kurzzeitig das Ganze aus dem Blick zu nehmen, um in kleineren abgegrenzten Bereichen eine Lösung zu finden und dann diese Lösungen zum Ganzen zusammenzufügen, geschult. Schön dabei ist, dass die stückchenweise gezeichneten Kolams sich leicht merken lassen. Bei Zeitknappheit im Unterricht ist abzuwägen, ob eher das schwungvolle, kurvenreiche bewegungsbetonte Zeichnen in einem Stück oder das leichter merkbare Zerlegen der Figur in immer wiederkehrende Einzelteile im Vordergrund stehen soll.

Das Einfärben der Kolamfiguren kann zum berühmten Vierfarbenproblem weitergeführt werden. Das Interessante bei den Kolamfiguren ist, dass sie – da sie aus geschlossenen Linien bestehen – zweifärbbar sind. Das heißt, man benötigt nur zwei Farben, um (entlang der Linien) aneinanderstoßende Flächen stets unterschiedlich einfärben zu können. Der Beweis für die Zweifärbbarkeit lässt sich per Induktion führen, die ganz anschaulich handelnd dargestellt werden kann, z. B. mit Gummiringen auf einem Overhead-Projektor: Zunächst gibt es gar keine Linie: Nur eine Farbe wird benötigt. Dann legt man einen Gummiring als Kreis auf die Fläche: Eine zweite Farbe wird benötigt. Nun kann man entweder den Gummiring so umformen (Schlaufen bilden), dass eine neue eingeschlossene Fläche entsteht, oder man nimmt einen zweiten Gummiring, der auf das vorhandene Bild gelegt wird. Dieses Erzeugen von weiteren Flächen kann nun beliebig oft fortgesetzt werden. Es zeigt sich, dass man beim Hinzukommen einer weiteren Schlaufe oder eines weiteren Gummirings zwar immer wieder im Inneren der Figur umfärben muss, es aber immer bei zwei Farben bleibt.

## „BESSER ALS MATHE!“

*Über Müllabfuhr, optimale Wege und mehr...*

Stephan Hußmann,  
Brigitte Lutz-  
Westphal (Hrsg.)

**Kombinatorische  
Optimierung erleben**

311 Seiten  
Vieweg + Teubner  
in GWV Fachverlage  
GmbH

Preis 29,90 €

ISBN:  
978-3-528-03216-6

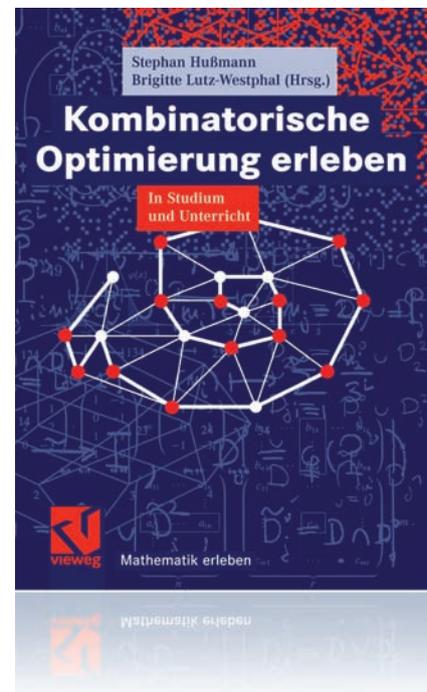
Welcher Schulweg ist der beste? Welche Fahrtroute mit der U-Bahn ist die schnellste? Wie funktioniert eigentlich das Navigationsgerät im Auto? Wie muss die Müllabfuhr fahren? Fragen wie diese kennen wir aus dem Alltag. Anknüpfend an diese Fragen kann entdeckend und erforschend und mit überwiegend visuellen Zugängen Mathematik entwickelt werden. Die Themen gehören dem Fachgebiet der Diskreten Mathematik, genauer gesagt der Kombinatorischen Optimierung, an und sind auch Gegenstand der aktuellen Forschung, da es hierbei noch viele offene Fragen gibt. Obwohl also auf dem Gebiet noch rege geforscht wird, kann es trotzdem als Grundlage für den Unterricht bereits in Grundschulen dienen. Unser Modul zum Thema Müllabfuhr in diesem Heft zeigt einige Ideen dazu.

Das Buch „Kombinatorische Optimierung erleben“ präsentiert klassische Themen aus dem noch jungen Fachgebiet und entwickelt die mathematischen Theorien und Methoden Schritt für Schritt. Problemstellungen aus dem Alltag stehen am Beginn der Kapitel, die exemplarisch den Prozess des Problemlösens nachzeichnen. Allen Themen ist gemeinsam, dass sie zur Problemlösung Algorithmen benötigen, ein charakteristisches Merkmal vieler Teilgebiete der modernen Mathematik. Diese Algorithmen müssen aber nicht zwingend in abstrakte Formen gegossen werden, sondern können schon von Grundschulkindern handelnd und spielerisch erlebt werden. Ideen für die Umsetzung im Unterricht sind integraler Bestandteil der meisten Kapitel.

Die Themen zeichnen sich durch eine besondere Variationsbreite der Schwierigkeitsgrade aus. Beispielsweise kann das Thema „Kürzeste Wege“ bereits in der Grundschule bearbeitet werden, es spricht aber auch nichts dagegen, dasselbe Thema in der gymnasialen Oberstufe zum Gegenstand des Unterrichts zu machen. Das liegt daran, dass es möglich ist, sowohl die Begriffe als auch die zugehörigen Algorithmen einerseits sehr anschaulich darzustellen, andererseits auf höchstem Abstraktionsniveau.

Dieses Buch, das ursprünglich eher den Unterricht in den Sekundarstufen im Blick hatte, wird – wie die Erfahrungen zeigen – auch sehr gerne von Lehrerinnen und Lehrern an Grundschulen genutzt. Die leichte Zugänglichkeit der Themen und die vielen Möglichkeiten einer spielerischen, experimentellen und anschaulichen Erarbeitung machen es möglich, Kindern schon in der Grundschule zu vermitteln, dass Mathematik mehr als nur Rechnen ist und dass Mathematik sehr viel mit unserem Alltag zu tun hat.

Ein Schüler hat es sehr griffig formuliert, wie er den Unterricht mit Themen aus der kombinatorischen Optimierung fand: Besser als Mathe!



### IMPRESSUM

Herausgeber: Technischer Jugendfreizeit- und Bildungsverein (tjfbv) e.V.  
Geschäftsstelle: Wilhelmstraße 52 • D-10117 Berlin  
Fon +49(0)30 97 99 13 - 0  
Fax +49(0)30 97 99 13 - 22  
www.tjfbv.de  
info@tjfbv.de

Redaktion: Thomas Hänsgen (V.i.S.d.P.), Sieghard Scheffczyk  
Illustrationen: Egge Freygang  
Grafik-Layout: Sascha Bauer  
Druck: Möller Druck und Verlag GmbH  
Auflage: 25.000